

Hlova, B. M. (2024). Investigation of the impact of temperature on the stress-strain state of cylindrical elements in engineering structures. *Actual Issues of Modern Science. European Scientific e-Journal*, 28, 90-95. Ostrava: Tuculart Edition, European Institute for Innovation Development. (In Ukrainian)

DOI: 10.47451/inn2024-01-05

The paper is published in Crossref, ICI Copernicus, BASE, Zenodo, OpenAIRE, LORY, Academic Resource Index ResearchBib, J-Gate, ISI International Scientific Indexing, ADL, JournalsPedia, Scilit, EBSCO, Mendeley, and WebArchive databases.



Bohdanna M. Hlova, Candidate of Physical and Mathematical Sciences (Ph.D.), Department of the Higher Mathematics, Lviv National Environmental University. Lviv, Ukraine.

ORCID 0000-0002-6956-7801

Investigation of the impact of temperature on the stress-strain state of cylindrical elements in engineering structures

Abstract: Active development of monolithic-frame construction in the last period requires a new approach to the calculation of elements of building structures. Concrete columns are one of the most important elements of such buildings, the failure of which is of great durability. The loss of concrete column strength occurs as a result of a change in the gradient of the temperature field. Therefore, study related to the influence of temperature on the supporting elements is relevant and of great importance. The non-stationary temperature field in a concrete cylindrical column, which evolves due to high temperatures, was investigated. Boundary conditions of the third kind were considered when modeling the column heating process. Analytical expressions for studying the non-stationary temperature field were derived using Laplace transformation. The stress-strain state of the concrete column induced by the non-stationary temperature field was also determined. The graphic dependences of the radial, ring and axial stresses from the radius are researched as a result of the temperature fields of different intensities on the rod elements obtained.

Keywords: temperature, column, concrete, strength, temperature stress, deformation, fire resistance.



Богданна Миколаївна Глова, кандидат фізико-математичних наук, кафедра вищої математики, Львівський національний університет природокористування. Львів, Україна.

ORCID 0000-0002-6956-7801

Дослідження впливу температури на напружено-деформований стан циліндричних елементів інженерних споруд

Анотація: Активний розвиток монолітно-каркасного будівництва в останній період вимагає нового підходу до розрахунку елементів будівельних конструкцій. Бетонні колони є одним з найважливіших елементів таких будівель, руйнування яких відрізняється великою міцністю. Втрата міцності колони може відбуватися в результаті навантажень, викликаних дією температурного поля. Тому дослідження, пов'язані з впливом температури на несучі елементи інженерних конструкцій, є актуальними та важливими. Досліджено нестационарне температурне поле в бетонній циліндричній колоні, що змінюється з часом при впливі високих температур. Враховано крайові умови третього роду при моделюванні процесу нагрівання колони. Використавши перетворення Лапласа, знайдено аналітичні вирази для дослідження нестационарного температурного поля. Також отримано напружено-деформований стан бетонної колони,

зумовлений нестационарним температурним полем. Ці результати зображені графічно. Проаналізовано залежність температурних напружень по товщині колони від механічних та теплофізичних характеристик бетону.

Ключові слова: температура, колона, бетон, міцність, температурні напруження, деформації, вогнестійкість.



Вступ

Актуальність теми дослідження. Активний розвиток монолітно-каркасного будівництва в останній період вимагає нового підходу до розрахунку елементів будівельних конструкцій (Семерак та ін., 2017; Домінік та ін., 2013; Глова та ін., 2023). Бетонні колони є одним з найважливіших елементів таких будівель, руйнування яких відрізняється великою міцністю. Втрата міцності колони може відбуватися в результаті навантажень, викликаних дією температурного поля (Семерак та ін., 2017). Тому дослідження, пов'язані з впливом температури на несучі елементи інженерних конструкцій, є актуальними та важливими.

Однією з найбільш суттєвих причин підвищеної небезпеки для таких конструкцій вважають нерівномірний нагрів і зміну характеристик міцності і деформування бетону під час і після пожежі (Семерак та ін., 2018а; Семерак та ін., 2018б). Одночасно необхідно вирішити питання, пов'язані із забезпеченням тривалої та надійної експлуатації будівельних конструкцій, у тому числі під дією високих температур (Величко та ін., 2011; Стороженко та ін., 2010), за рахунок застосування відповідних матеріалів або захисних покриттів. Таким чином, математичне моделювання процесів температурних полів у напружено-деформованому стані циліндричних конструкцій дозволяє значно підвищити точність розрахунків, що сприяє підвищенню міцності та надійності інженерних конструкцій. Отримано графічні залежності радіальних, кільцевих і осьових напружень від радіуса в результаті дії температурного поля різної інтенсивності на стержневі елементи.

Виклад основного матеріалу

Розглянемо бетонну циліндричну колону радіуса R , початкова температура якої T_0 , нагрівається від пожежі, температура якої T_n . Дослідимо температурне поле бетонної колони, яке змінюється з радіусом і часом, а також залежить від коефіцієнта теплообміну між колоною та температурним середовищем. Для знаходження температурного розподілу по товщині колони, яке змінюється з часом, розв'яжемо диференціальне рівняння нестационарної теплопровідності (Лыков, 1967):

$$\frac{\partial T(r,t)}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 T(r,t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \right), t > 0; 0 < r < R \quad (1)$$

крайові умови запишемо у вигляді:

$$T(r, 0) = T_0 \quad (2)$$

$$-\frac{\partial T(R,t)}{\partial r} + \alpha(T_n - T(R, t)) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial T(0,t)}{\partial r} = 0 \quad (4)$$

де:

$a = \frac{\lambda}{c \cdot \rho}$ – коефіцієнт теплопроводності, $\frac{\text{м}^2}{\text{с}}$;

c – питома теплоємність, $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$;

λ – коефіцієнт теплопроводності, $\frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$;

t – час, с;

ρ – густина, $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$;

T_0 – початкова температура, $^{\circ}\text{C}$;

T_n – температура пожежі, $^{\circ}\text{C}$;

α – коефіцієнт теплообміну, $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$.

Застосовуючи перетворення Лапласа до рівняння (1) і крайових умов (2)-(4), отримаємо розв'язок (Лыков, 1967):

$$T(r, t) = T_0 + (T_n - T_0) \cdot \left(1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot J_1(\mu_n)}{\mu_n \cdot (J_0^2(\mu_n) + J_1^2(\mu_n))} J_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) e^{-\mu_n F_0} \right), \quad (5)$$

де:

$J_0(\mu_n), J_1(\mu_n)$ – функції Бесселя першого роду нульового і першого порядку відповідно, μ_n – корені характеристичного рівняння $\frac{J_0(\mu)}{J_1(\mu)} = \frac{\mu}{Bi}$, $F_0 = \frac{at}{R^2}$ – критерій Фур'є і $Bi = \frac{\alpha R}{\lambda}$ – критерій Біо.

За формулою (5) проведені розрахунки розподілу температури в бетонній колоні вздовж радіуса r для якої прийняті такі теплофізичні характеристики:

$$\rho = 2200 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \lambda = 1,55 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}, c = 770 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}, T_0 = 20^{\circ}\text{C}, T_n = 1200^{\circ}\text{C}, R = 0,15 \text{ м}.$$

Результати розрахунків представлені на (Рисунок 1; Рисунок 2).

Аналіз (Рисунок 1) показує, що при збільшенні коефіцієнта теплообміну між колоною та середовищем збільшується температура нагріву колони, а також збільшується температурний градієнт у зв'язку з малим коефіцієнтом теплопроводності, що призводить до різкого нагрівання приповерхневого шару колони. На (Рисунок 2) показана залежність нагріву приповерхневого шару колони, яка залежить від критерія Біо, який в свою чергу залежить від коефіцієнтів теплообміну.

Для оцінки несучої здатності бетонної колони за умов високих температур потрібно дослідити її термонапружений стан зумовлений зміною температури, часу нагрівання та температурного градієнта.

Розглянемо напружено-деформований стан колони, торці якої закріплені, тобто осьове відносне видовження $\varepsilon_z = 0$. Радіальне переміщення U точок поперечного перерізу колони, можна знайти розв'язавши диференціальне рівняння (Тимошенко і Гудер, 1975):

$$\frac{d^2 U}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dU}{dr} - \frac{U}{r^2} = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_t \frac{dT}{dr}, \quad (6)$$

де:

U – переміщення, м;

α_t – температурний коефіцієнт лінійного розширення, $\frac{1}{\text{К}}$;

ν – коефіцієнт Пуассона.

Напруження, які діють в радіальному σ_r , кільцевому σ_θ та осьовому σ_z напрямках запишемо у наступному вигляді, де сталі знаходяться з граничних умов, тобто з відсутності переміщень $U = 0$ при $r = 0$ та рівності нулю радіальних напружень $\sigma_r|_{r=R} = 0$. Отже,

$$U = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_t \left((1-2\nu) \frac{r}{R^2} \int_0^R T(r,t) r dr + \frac{1}{r} \int_0^r T(r,t) r dr \right), \quad (7)$$

$$\sigma_r = \frac{\alpha_t E}{1-\nu} \left(\frac{1}{R^2} \int_0^R T(r,t) r dr - \frac{1}{r^2} \int_0^r T(r,t) r dr \right), \quad (8)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\alpha_t E}{1-\nu} \left(\frac{1}{R^2} \int_0^R T(r,t) r dr + \frac{1}{r^2} \int_0^r T(r,t) r dr - T(r,t) \right), \quad (9)$$

$$\sigma_z = \frac{\alpha_t E}{1-\nu} \left(\frac{2\nu}{R^2} \int_0^R T(r,t) r dr - T(r,t) \right). \quad (10)$$

Враховуючи температурний розподіл за товщиною колони при різних коефіцієнтах теплообміну знайдемо температурні напруження та отримані результати зобразимо графічно, де фізико-механічні характеристики бетону $\alpha_t = 12 \cdot 10^{-6} \frac{1}{K}$; $\nu = 0,16$; $E = 0,23 \cdot 10^{11}$ Па.

Результати розрахунків представлені на (Рисунок 3; Рисунок 4; Рисунок 5; Рисунок 6).

Висновок

Аналіз графічних досліджень (Рисунок 3) показують, що радіальні напруження досягають свого максимального значення у центрі поперечного перерізу і є напруженнями розтягу. Кільцеві та осьові температурні напруження (Рисунок 4) і (Рисунок 5) досягають свого максимального значення в приповерхневих шарах і є стискаючими, а в центрі поперечного перерізу колони кільцеві та осьові напруження діють на розтяг. З урахуванням низької границі міцності бетону на розтяг, це становить небезпеку для бетонних колон. При нагріванні бетонної колони здійснюється радіальне переміщення, яке змінюється в залежності від температури і часу нагріву. З графічних досліджень (Рисунок 6) можна зробити висновок, що при $Bi = 4$ радіальне переміщення колони $U = 7,723 \cdot 10^{-4}$ м і збільшується із збільшенням температурного градієнту.



Список джерел інформації:

- Величко, Л. Д., Лозинський, Р. Я., Семерак, М. М. (2011). *Термодинаміка та теплопередача в пожежній справі*. Львів: Вид-во “СПОЛОМ”. [Velychko, L. D., Lozinskiy, R. Ya., & Semerak, M. M. (2011). *Termodinamika ta teploperedacha v pozhhezniy spravі. The theory of elasticity*. Lviv: SPOLOM. (In Ukrainian)]
- Глова, Б., Глова, Т., Петрученко, О., Терещук, О. (2023). Дослідження напружено-деформованого стану порожнистих циліндричних елементів інженерних споруд спеціального призначення за дії температурного впливу. *Вісник Львівського національного університету природокористування. Серія Архітектура та будівництво*, 24, 36-44. [Hlova, B., Hlova, T., Petruchenko, O., & Tereshchuk, O. (2023). Research of the stress-strain state of hollow cylindrical elements of engineering constructions of special purpose under the effect

- of temperature load. *Bulletin of Lviv National Environmental University. Series Architecture and Construction*, 24, 36-44. (In Ukrainian)]
- Домінік, А. М., Байтала, В. М., Семерак, М. М., Чернецький, В. В. (2013). Вогнестійкість циліндричної колони в умовах пожежі. *Пожезна безпека: збірник наукових праць*, 23, 76-80. [Dominik, A. M., Baytala, V. M., Semerak, M. M., Chernetskyi, V. V. (2013). Fire resistance of cylindrical column in fire condition. *Fire Safety: Collection of Scientific Papers*, 23, 76-80. (In Ukrainian)]
- Лыков, А. В. (1967). *Теория теплопроводности*. Москва: Высшая школа. [Lykov, A. V. (1967). *Theory of the thermal conductivity*. Moscow: Higher School. (In Russian)]
- Семерак, М. М., Некора, О. В., Харишин, Д. В. (2017). Напружено-деформований стан трубобетонної колони в умовах термосилового впливу пожежі. *Пожезна безпека: збірник наукових праць*, 31, 115-124. [Semerak, M. M., Nekora, O. V., & Kharyshyn, D. V. (2017). Stress-strain state of steel tube confined concrete pillars under the thermal power influence of fire. *Fire Safety: Collection of Scientific Papers*, 31, 115-124. (In Ukrainian)]
- Семерак, М. М., Юнашов, І., Байтала, В. М., Чернецький, В. В. (2018а). Температурне поле масивних конструкцій зумовлене інтенсивним нагріванням. *Пожезна безпека: збірник наукових праць*, 21, 154-159. [Semerak, M. M., Yunashov, I., Baytala, V. M., & Chernetskyi, V. V. (2018). The temperature field of massive constructions caused by intensive heating. *Fire Safety: Collection of Scientific Papers*, 21, 154-159. (In Ukrainian)]
- Семерак, М. М., Юнашов, І., Байтала, В. М., Чернецький, В. В. (2018б). Температурне поле масивних будівельних конструкцій зумовлене тепловим потоком полум'я пожежі. *Вісник Львівського державного університету безпеки життєдіяльності*, 7, 230-234. [Semerak, M. M., Yunashov, I., Baytala, V. M., & Chernetskyi, V. V. (2018). The temperature field of massive constructions caused by intensive heating. *Bulletin of Lviv State University of Life Safety*, 7, 230-234. (In Ukrainian)]
- Стороженко, Л. І., Єрмоленко, Д. А., Лапенко, О. І. (2010). *Трубобетон: монографія*. Полтава: АСМІ. [Storozhenko, L. I., Yermolenko, D. A., & Lapenko, O. I. (2010). *Pipe concrete: Monograph*. Poltava: ASMI. (In Ukrainian)]
- Тимошенко, С. П., Гудер, Дж. (1975). *Теория упругости*. Москва: Наука. [Tymoshenko S. P., & Guder, J. (1975). *Theory of elasticity*. Moscow: Nauka. (In Russian)]



Додаток

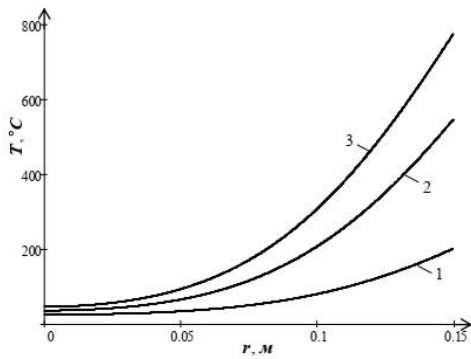


Рисунок 1. Розподіл температури вздовж радіуса колони при $t = 30$ хв.
1) $Bi = 0,5$; 2) $Bi = 2$; 3) $Bi = 4$

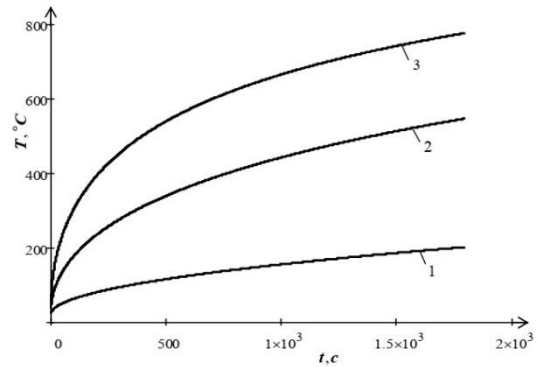


Рисунок 2. Залежність температури від часу на поверхні колони $r = R$
1) $Bi = 0,5$; 2) $Bi = 2$; 3) $Bi = 4$

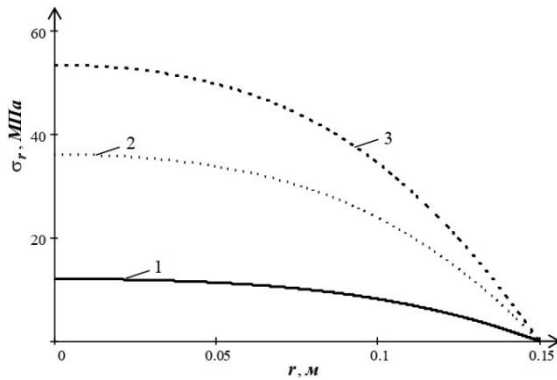


Рисунок 3. Розподіл радіальних напружень колони при $t = 30$ хв.
1) $Bi = 0,5$; 2) $Bi = 2$; 3) $Bi = 4$

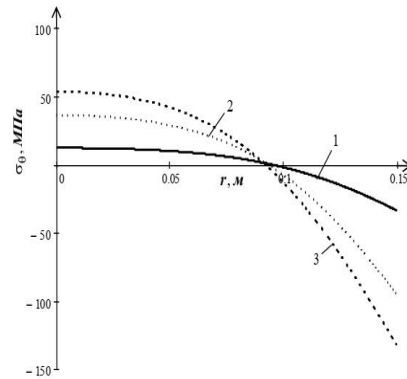


Рисунок 4. Розподіл кільцевих напружень колони при $t = 30$ хв.
1) $Bi = 0,5$; 2) $Bi = 2$; 3) $Bi = 4$

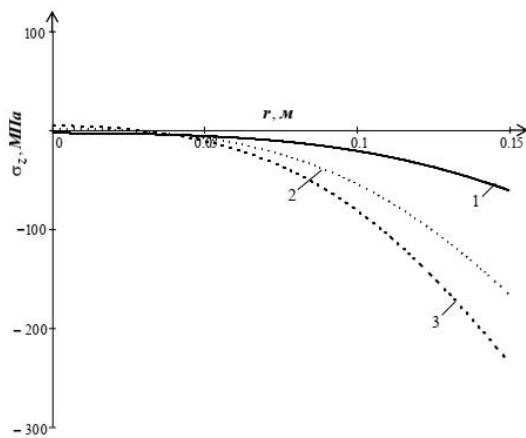


Рисунок 5. Розподіл осевих напружень колони при $t = 30$ хв.
1) $Bi = 0,5$; 2) $Bi = 2$; 3) $Bi = 4$

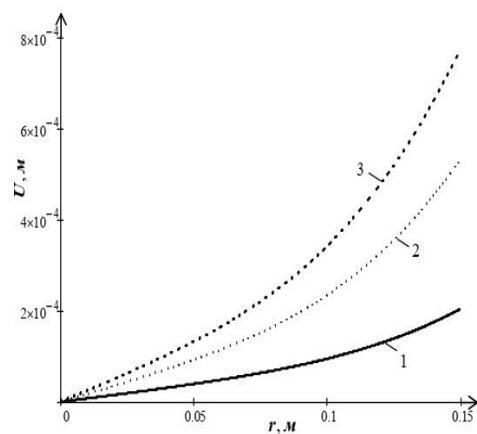


Рисунок 6. Радіальне переміщення колони за $t = 30$ хв.
1) $Bi = 0,5$; 2) $Bi = 2$; 3) $Bi = 4$

